

# KOREŠPONDENČNÁ SÚŤAŽ

Úspešne máme za sebou 1. kolo našej súťaže. Veľa z vás si neprečítalo podrobne pokyny a dobre nepochopilo pravidlá. Do našej súťaže ste sa mohli zapojiť zaslaním vyplnenej prihlášky, ktorú ste našli vloženú v prvom čísle, ale to nebolo všetko. Bolo potrebné zaslať aj riešenia súťažných úloh... Všetko však ešte môžete napraviť v tomto druhom kole súťaže – opäť sme pre vás pripravili sadu súťažných úloh. Ďalšou a veľmi častou chybou bolo písanie riešení všetkých úloh na jeden papier, prípadne nenapísanie postupu riešenia pri úlohách s postupom. Riešenia sa zasielajú výlučne poštou, žiadne z riešení, ktoré boli zaslané e-mailom, nebolo uznané.

V tomto čísle môžete nájsť aj riešenia súťažných úloh 1. série korešpondenčnej súťaže. Výsledkové listiny po 1. sérii v tomto čísle ešte nenájdete – uverejníme ich spolu s výsledkami druhej série úloh v 3. čísle časopisu. Pribežné výsledky budete môcť nájsť začiatkom januára na našej webovej stránke.

Opakovanie je matkou múdrosti, a tak nezabudnite: Svoje riešenia píšete čitateľne v slovenskom jazyku na papieri formátu A4 (kancelársky papier) a na každý papier napíšete **hlavičku – svoje meno a školu**. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých papieroch, zopnite ich spolu. **Na jednom papieri uveďte všetky svoje odpovede na úlohy s krátkou odpoveďou. Riešenia úloh s postupom začnite vždy na novom papieri označenom aj číslom úlohy, pretože jednotlivé úlohy budú opravovať rôzni ľudia.** Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá.

## Riešenia 1. série úloh korešpondenčnej súťaže

### Riešenia úloh s krátkou odpoveďou

1. Ktorý svetadiel obsahuje najviac štátov? (1 bod)

**Odpoveď:** Afrika.

2. Ako sa volajú pôvodní obyvatelia Austrálie? (1 bod)

**Odpoveď:** Aborigineri.

3. Ako sa volá hlavné mesto austrálskeho Queenslandu? (1 bod)

**Odpoveď:** Brisbane.

4. Ako sa volá najväčší pieskový ostrov na svete, ktorý sa nachádza neďaleko pobrežia Austrálie? (1 bod)

**Odpoveď:** Fraser Island.

5. Do akého kmeňa, podkmeňa a triedy patrí morský koník? (1 bod)

**Odpoveď:** Kmeň chordáty, podkmeň stavovce, trieda ryby.

6. Ako vedia samčí zástupcovia niektorých druhov hadov oklamať svojich súperov, aby získali samičku pre seba? (1 bod)

**Odpoveď:** Vysielajú samičie pachové signály, a tým zmätú ostatných samcov a odlákajú ich od skutočnej samičky.

7. Samčí zástupcovia ktorej skupiny cicavcov môžu mať funkčné mliečne žľazy a vylučovať mlieko? (1 bod)

**Odpoveď:** Netopiere.

8. Kde v júli vychádza skôr slnko – v Nórsku alebo v Austrálii? (2 body)

**Odpoveď:** Nórsko.

9. Vysvetlite, prečo je pozorovaný zelený, a nie modrý lúč. (2 body)

**Odpoveď:** Modrý alebo fialový lúč sa neobjavuje z toho dôvodu, že najkratšie vlnové dĺžky sú veľmi účinne rozptyľované molekulami vzduchu. Modrý lúč je preto v okamihu západu Slnka veľmi výnimočný jav.

10. Ako sa volá najvyšší vrch Austrálie a podľa čoho/koho je pomenovaný? (3 body)

**Odpoveď:** Mt. Kościuszko (Kosciusko v niektorej literatúre) – pomenovaný bol podľa poľského národného hrdinu (vrch bol objavený Poliakom Strzeleckým).

11. Ktorý štát, cez ktorý prechádza rovník, má najviac obyvateľov? (3 body)

**Odpoveď:** Indonézia.

12. Dekódujte tento text (lomka / označuje začiatok nového písmena, dve lomky za sebou koniec slova):

```
--/---/./--././---/...-./-./-//..././--/---/...-./-./-//
..././-./-./-//..././-//...-./-//..././-./-./-//..././-//
..././-//..././-./-./-//...-//---//
-//..././-//..././-//..././-//..././-// (3 body)
```

**Odpoveď:** Morzeovka sa používala hlavne na vysielanie prostredníctvom telegrafu.

13. Ktorá trieda stavovcov je typická tým, že zástupcovia viacerých druhov dokážu v prípade potreby úplne zmeniť svoje pohlavie (nie len zdanlivo, ako to robia napr. morčatá)? (3 body)

**Odpoveď:** Ryby – pri nedostatku jedincov jedného pohlavia sa môžu niektoré jedince opačného pohlavia zmeniť, aby mohli dôjsť k páreniu.

14. Zoraď organizmy podľa dĺžky tehotenstva (od najkratšieho po najdlhšie): mačka, tuleň, slon, prasa, myš, králik, kôň, šimpanz. (3 body)

**Odpoveď:** Myš (22 dní), králik (30 dní), mačka (56 dní), prasa (115 dní), šimpanz (260 dní), kôň (340 dní), tuleň (354 dní), slon (623 dní).

15. Aké ďalšie funkcie (okrem tých, ktoré boli spomenuté v článku Pravá zdravá strava alebo jeden Vifon, prosím) môže mať v organizme kyselina glutámová? (3 body)

**Odpoveď:** Kyselina L-glutámová plní úlohu excitačného chemického prenášača informácií (neuromediátora) v centrálnej nervovej sústave i sietnici. Odštiepením CO<sub>2</sub> z nej vzniká ďalší neuromediátor – tentokrát ale s tlmivými účinkami. Okrem týchto vysoko špecializovaných funkcií je glutamát univerzálne nevyhnutý pre metabolizmus bielkovín – väčšina bielkovín, ktoré prijímame potravou, je použitá nie na stavebné účely, ale ako zdroj energie. Predtým, než sa tak stane, treba odstrániť dusíkovú skupinu z aminokyselín, pretože tým žiadaným „predsubstrátom“, budúcim zdrojom energie, je iba ich uhľiková kostra. Nuž a to odstraňovanie dusíka robí práve kyselina glutámová. Pri od-

straňovaní dusíka však zvykne vznikat' amoniak – látka značne jedovatá pre naše telo. Hlavnú úlohu v jeho detoxikácii zohráva práve kyselina L glutámová. Ďalej sa podieľa na metabolizme tukov, tvoria sa z nej iné aminokyseliny, zúčastňuje sa prenosu iónov draslíka medzi mozgom a krvou atď.

16. Vedeli by ste vymyslieť/zistiť/odhadnúť, z čoho sa vyrába E 621? (4 body)

**Odpoveď:** Glutamát sodný, priemyselne označovaný ako E 621, je v hojnej miere obsiahnutý v riase *Laminaria japonica* (ktorá sa, mimochodom, po stáročia používala v japonskej kuchyni). Práve z nej sa neskôr glutamát začal vyrábať, no v súčasnosti je výroba zložitejšia: Z kvasiniek, ktoré sú pestované na substrátoch obsahujúcich škrob, sa získa zmes aminokyselín. Táto sa oddelí a po neutralizácii čistej kyseliny L-glutámovej hydroxidom sodným dostaneme glutamát sodný.

### Riešenia úloh s postupom

17. Zdôvodnite, prečo sa „zelený lúč“ neobjaví, ak je Slnko pri západe červené. (5 bodov)

**Odpoveď:** Keď je Slnko nad obzorom červené, znamená to, že modré a zelené lúče sa v atmosfére silno rozptyľujú (preto prevláda červená farba). Aby sme mohli zelený lúč pozorovať, je nevyhnutné, aby malo Slnko aj tesne nad obzorom svoju „bežnú“ bieložltú farbu (vtedy je svetlo v atmosfére pohlcované len minimálne).

18. Baktérie žijú na základe nasledujúceho zákona: Každá žije iba jednu hodinu a za každú polhodinu vytvorí novú baktériu (teda počas svojho života dve). Aké bude potomstvo jednej baktérie 6 hodín po jej vzniku? (6 bodov)

**Odpoveď:** Nech  $a_t$  označuje veľkosť potomstva baktérie v čase  $t$  polhodín po jej vzniku. Ľahko zistíme, že  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ . Potom pre veľkosť potomstva v čase  $t = n + 1$  platí

$$a_{n+1} = a_{n-1} + a_n + (a_n - a_{n-1}) = a_n + a_{n-1}$$

(v čase  $t = n - 1$  vznikne  $a_{n-1}$  baktérií, v čase  $t = n$  máme teda  $a_{n-1}$  mladých baktérií, z ktorých každá vytvorí jednu baktériu (spolu ďalších  $a_{n-1}$  baktérií), a ďalej  $a_n - a_{n-1}$  starých, z ktorých každá vytvorí jednu a sama potom zanikne). Vieme, že platí  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ , odkiaľ dopočítame, že  $a_{12} = 377$ . Po 6 hodinách bude potomstvo jednej baktérie 377 baktérií.

19. Žiaci v rámci dopravnej výchovy merajú hustotu premávky. Po každých 15 minútach zapisujú počet áut, ktoré prechádzali pred budovou školy. Maťo vypočítal, že ak za posledných 15 minút prejde pred budovou 53 áut, potom priemerný počet áut za hodinu bude 196, ale ak za posledných 15 minút prejde pred budovou len 38 áut, potom priemerný počet áut za hodinu bude 184. Určte dĺžku časového intervalu, v ktorom žiaci sledovali premávku. (7 bodov)

**Odpoveď:** Označme počet áut, ktoré prešli pred budovou školy od začiatku sledovania, premennou  $x$ , a počet 15-minútových úsekov merania  $t$ . Potom môžeme z údajov v zadaní zostaviť dve rovnice:

$$x + 53 = 196 \cdot \frac{t}{4},$$

$$x + 38 = 184 \cdot \frac{t}{4}.$$

Výrazy  $x + 53$ , resp.  $x + 38$  vyjadrujú celkový počet áut, ktoré prešli pred školou. Tento počet môžeme vypočítat' aj inak – rov-

ná sa súčinu priemerného počtu áut za hodinu a času v hodinách, počas ktorého autá sledovali. V našom prípade je to  $\frac{t}{4}$ , pretože

$t$  udáva počet 15-minútových blokov a jedna hodina má 60 minút, teda počas jednej hodiny ubehnú 4 15-minútové bloky. Odčítaním druhej rovnice od prvej a upravením dostávame, že  $t = 5$ , teda žiaci sledovali dopravu  $5 \cdot 15 = 75$  minút. V prípade záujmu si môžeme vypočítat', že za prvú hodinu prešlo pred školou 192 áut a urobiť skúšku správnosti nášho riešenia.

20. Na kružnici máme 1000 bodov, z toho 999 modrých a 1 červený. Urobíme všetky mnohoúhelníky s vrcholmi v týchto bodoch. Ktorých je viac? Tých, čo majú červený bod, alebo tých, čo ho nemajú? (8 bodov)

**Odpoveď:** Viac je mnohoúhelníkov obsahujúcich červený bod. Najprv je potrebné si uvedomiť, že keďže sú všetky body na kružnici, tak pri správnom spájaní ľubovoľnej aspoň trojprvkovej podmnožiny týchto bodov dostaneme vždy mnohoúhelník. Uvedieme si dve možné riešenia.

Riešenie č. 1: Uvažujme  $k$ -uholník zložený len z modrých vrcholov,  $3 \leq k \leq 999$ . Vieme mu jednoznačne priradiť práve jeden mnohoúhelník zložený z  $k + 1$  vrcholov, ktorý obsahuje červený vrchol (medzi vrcholy tohto modrého mnohoúhelníka pridáme červený). To znamená, že takto vieme priradiť každému modrému  $k$ -uholníku,  $3 \leq k \leq 1000$ , jeden  $(k + 1)$ -uholník s červeným vrcholom a naopak. Teda mnohoúhelníkov s červeným vrcholom je aspoň toľko, koľko je mnohoúhelníkov so všetkými vrcholmi modrými. Je tu však ešte skupina modročervených trojuholníkov – tie sme ešte nespomenuli, pretože ak by sme ich chceli popárovať s modrými, boli by to dvojuholníky, teda úsečky, a teda by to neboli mnohoúhelníky. To znamená, že mnohoúhelníkov, ktoré obsahujú červený bod, je viac.

Riešenie č. 2: Spočítajme, koľko mnohoúhelníkov obsahuje červený bod. Ak má byť jeden vrchol mnohoúhelníka červený, tak ostatné musia byť modré. Potom  $k$ -uholníkov,  $3 \leq k \leq 1000$ , s jedným červeným vrcholom je  $\binom{999}{k-1}$ , pretože k červenému vrcholu vyberáme  $k - 1$  modrých vrcholov z 999 možných. Preto sa počet mnohoúhelníkov s jedným červeným vrcholom rovná

$$\check{C} = \binom{999}{2} + \binom{999}{3} + \dots + \binom{999}{998} + \binom{999}{999} = \sum_{k=3}^{1000} \binom{999}{k-1}.$$

Počet mnohoúhelníkov, ktoré obsahujú len modré vrcholy, vypočítame podobne: Počet modrých  $k$ -uholníkov,  $3 \leq k \leq 999$ , je potom  $\binom{999}{k}$ , pretože vyberáme  $k$  modrých vrcholov z 999

možných. Preto sa počet mnohoúhelníkov so všetkými vrcholmi modrými rovná

$$M = \binom{999}{3} + \binom{999}{4} + \dots + \binom{999}{998} + \binom{999}{999} = \sum_{k=3}^{999} \binom{999}{k}.$$

Teraz už len treba porovnať tieto dve čísla:

$$\check{C} - M = \binom{999}{2} > 0,$$

Teda viac je mnohoúhelníkov s červeným bodom.

21. S dvoma celými číslami sa vykonali tieto operácie:

1. Sčítali sme ich.
2. Od väčšieho sme odčítali menšie.
3. Navzájom sme ich vynásobili
4. Väčšie sme vydělili menším.

Výsledky sme sčítali a dostali sme číslo 243. Nájdite použité celé čísla. (9 bodov)

**Odpoveď:** Nech jedno číslo je  $x$  a druhé  $y$  a nech  $x > y$ . Potom

$$(x+y) + (x-y) + xy + \frac{x}{y} = 243,$$

teda  $2xy + xy^2 + x = 243y$ , odkiaľ dostávame, že

$$x = \frac{243y}{(y+1)^2}.$$

Aby bolo  $x$  celé číslo, musí byť menovateľ  $(y+1)^2$  deliteľom čísla 243 (lebo čísla  $y$  a  $(y+1)^2$  sú nesúdeliteľné). Vieme, že platí  $243 = 3 \cdot 9^2 = 27 \cdot 3^2 = 243 \cdot 1^2$ . Z toho dostávame, že  $(y+1)^2$  môže byť 1, 9 alebo 81, teda pre  $y$  máme možnosti 0, -2, 2, -4, 8, -10.  $y = 0$  nevyhovuje, lebo nulou nemôžeme deliť. Potom pre  $x$  máme hodnoty -486, 54, -108, 24, -30. Ale záporné možnosti pre  $y$  nevyhovujú, lebo vtedy neplatí  $x > y$ . Úloha má teda dve riešenia: 24 a 8; 54 a 2.

## Zadania súťažných úloh 2. série

### Zadania úloh s krátkou odpoveďou

1. Vďaka akej látke držia peľové zrnká orchideí pokope a tvoria pollíniá? (1 bod)
2. Akého veku sa dožil Blaise Pascal? (1 bod)
3. Z čoho vznikla skratka CT ako jednej zo zobrazovacích metód používaných v medicíne? (1 bod)
4. Čím sú semená orchideí odlišné od semien bežných krytosemenných rastlín? (1 bod)
5. Akú hmotnosť (v gramoch) má Slávny uralský smaragd? (1 bod)
6. V ktorom roku a ktorom meste získalo družstvo Slovenska zlaté medaily na súťaži EUSO? (2 body)
7. V ktorom roku založil Nikola Tesla svoju prvú spoločnosť a aký bol jej názov? (2 body)
8. Ako sa volajú dveisky rozsievok? (2 body)
9. Sú žuvačky nebezpečné pre fenylketonurikov? (2 body)
10. Určte, ktoré dva z uvedených olejov sú najvhodnejšie na vyprážanie: repkový, sójový, slnečnicový, olivový, ľanový, arašidový. (2 body)
11. Čo je to sinogram? (3 body)
12. Akým spôsobom cystická fibróza ovplyvňuje fungovanie dýchacej sústavy? (3 body)
13. Aké sú výhody striedavého elektrického prúdu oproti jednosmernému? (3 body)
14. Kde sa nachádzajú významné európske náleziská smaragdov? Uveďte tri. (3 body)
15. Na čo sa využíva ultrazvuk v medicíne? (3 body)
16. Napíšte aspoň 6 spôsobov rozširovania semien rastlín čo najďalej od materskej rastliny na základe toho, čo je ich prenášačom. (4 body)
17. Žena, prenášačka fenylketonúrie, má dcéru s mužom trpiacim fenylketonúriou. Táto dcéra sa vydá za zdravého muža (nie je prenášač). Aká je pravdepodobnosť, že ich dieťa bude mať fenylketonúriu a prečo? (Predpokladáme, že u dieťaťa nevznikne nová mutácia.) (4 body)

### Zadania úloh s postupom

18. Vyjadrite celkový výkon motorov Hindenburga v megawattoch, ak viete, že  $1 \text{ W} = 1,341 \cdot 10^{-3} \text{ hp}$  (jednotka hp označuje konškrú silu – „horse power“). Výsledok uveďte na 4 platné číslice. (4 body)
19. Skupina automobilov rovnakého typu má za úlohu obísť rozsiahlu piesočnú púšť a prísť na základňu, kde je jediná čerpacia stanica pohonnej látky. Nafta v nádržiach každého automobilu stačí na polovicu cesty okolo púšte, pričom palivo možno prečerpávať z jedného automobilu do druhého. Aký najmenší počet automobilov treba na zabezpečenie plynulej jazdy jedného automobilu okolo púšte, ak automobily majú rovnakú rýchlosť aj spotrebu a všetky sa musia na vlastnom palive (nemôžu byť ťahané iným automobilom) dostať späť na základňu. (5 bodov)
20. Vypočítajte, čo dodá vášmu telu viac energie: 1 dl olivového oleja, alebo 1 dl 60-percentnej domácej slivovice. (6 bodov)
21. Fetálny hemoglobín (hemoglobín plodu v matkinom tele) sa líši druhom globínového reťazca od toho „normálneho“, teda takého, ktorý prevažuje v tele dospelého človeka. Táto rozdielna štruktúra spôsobuje, že jeho saturačná krivka vyzerá trochu inak. Vysvetlite, či je posunutá doľava, alebo doprava od normálneho priebehu a prečo. (7 bodov)
22. Vypočítajte, koľko litrov čaju by ste si mohli uvariť v tábore C3 pri výstupe na Leninov štít z jednej propán-butánovej bomby (čistá hmotnosť plynu 220 g, pomer propán/bután je 30/70). Skupenské teplo topenia ľadu je 334 kJ/kg, ostatné potrebné údaje si skúste zistiť alebo odhadnúť sami. (8 bodov)
23. Nájdite všetky celočíselné riešenia rovnice
 
$$(a^2 + b)(a + b^2) = (a - b)^3. \quad (9 \text{ bodov})$$

**Termín odoslania riešení úloh 2. série: do 21. 1. 2008.**

Riešenia zasielajte na adresu:

Metodicko-pedagogické centrum  
Mladý vedec – súťaž  
Tomášikova 4  
P. O. BOX 14  
820 09 Bratislava 29