MATMIX

MATMIX je časopis, ktorý vydáva Ing. Mgr. Martin Hriňák v spolupráci s Jednotou slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Bratislava 1. Tento časopis je zameraný na matematiku a je určený žiakom základných a stredných škôl a ich učiteľom matematiky.

Obsahuje zaujímavé články z rôznych oblastí matematiky, jej histórie, zadania a výsledky rôznych matematických súťaží (napr. Matematickej olympiády, Medzinárodnej matematickej olympiády a pod.). V neposlednom rade je v ňom organizovaná korešpondenčná súťaž pre žiakov základných a stredných škôl, v ktorej môžu riešiť ľahšie i náročnejšie matematické úlohy. Zadania a aj riešenia budú zverejňované aj v časopise Mladý vedec. Výsledkové listiny budú zverejnené len v časopise MATMIX a na jeho webovej stránke

www.matmix.sk.

Ak by ste si chceli časopis bližšie pozrieť, môžete navštíviť jeho webovú stránku www.matmix.sk, na ktorej nájdete staršie ročníky časopisu, zadania súťažných úloh a podobne. Počas školského roka 2011/2012 vyjdú 3 čísla časopisu, ročné predplatné časopisu je 3 eurá. **Časopis si môžete objednať na e-mailovej adrese hrinak@matmix.sk.** Stačí zaslať názov a adresu školy alebo odberateľa (časopis si môžete objednať aj ako fyzická osoba), meno kontaktnej osoby a počet odoberaných kusov z nasledujúceho ročníka. Časopis vám zašleme hneď po úhrade vystavenej faktúry.

Korešpondenčná súťaž

Redakcia časopisu MATMIX vyhlasuje v tomto školskom roku korešpondenčnú súťaž pre žiakov základných a stredných škôl. Zapojiť sa do nej môžu všetci, ktorí majú záujem o matematiku a sú ochotní venovať niekoľko minút riešeniu úloh.

V školskom roku 2011/2012 bude mať korešpondenčná súťaž dve série. Zadania úloh budú uverejnené v číslach 1 a 2, riešenia úloh a výsledkové listiny v číslach 2 a 3. Výsledky korešpondenčnej súťaže budú priebežne zverejňované aj na internete na webovej stránke www.matmix.sk.

Žiakom druhého stupňa základnej školy a žiakom 1. až 4. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória Z a sú pre nich určené úlohy č. 1 až 4. Prvákom stredných škôl a žiakom 5. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória C s úlohami 3 až 6. Druhákom stredných škôl a žiakom 6. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória B s úlohami 5 až 8. Tretiakom a štvrtákom stredných škôl a žiakom 7. a 8. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória A s úlohami 7 až 10. Žiakom, ktorí majú záujem o náročnejšie úlohy, je určená kategória π. Pre túto kategóriu sú v každej sérii určené úlohy 11 až 14. V prípade, že budete mať nejasnosti v zadaní alebo máte iné otázky súvisiace s korešpondenčnou súťažou, môžete ich adresovať na e-mailovú adresu hrinak@matmix.sk.

Prihlášku do korešpondenčnej súťaže nám pošlite spolu s prvou sériou vašich riešení. Uveďte na nej svoje meno, priezvisko, školu, triedu, vek, súťažnú kategóriu a e-mailovú adresu. Ak chcete dostávať svoje opravené riešenia s komentármi späť domov, napíšte nám to v prihláške a zašlite nám obálky s nalepenými známkami v hodnote 0,6 € (podľa platného cenníka Slovenskej pošty, pričom riešenia môžeme zasielať aj viacerým riešiteľom na jednu adresu).

Upozorňujeme vás, aby ste riešenia písali čitateľne na papiere formátu A4 (kancelársky papier) a na každé riešenie napísali hlavičku – svoje meno, školu a číslo úlohy. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých papieroch, zopnite ich. Na jednom papieri nemôžu byť napísané riešenia viacerých úloh. Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá. Do súťaže sa môžete zapojiť aj neskôr (teda v druhej alebo tretej sérii). Podmienkou zaradenia do súťaže je aj v takomto prípade zaslanie prihlášky spolu s riešeniami, ktoré vypracujete.

Riešenia súťažných úloh vypracujte sami! V prípade, že zistíme, že nejaká skupina navzájom odpisovala, každý jej člen dostane za danú úlohu 0 bodov, aj keby bolo riešenie správne. Plný počet bodov (5) patrí len úplnému riešeniu. Preto treba zdôvodniť všetky tvrdenia, ktoré v riešení použijete. V prípade, že použijete vetu alebo tvrdenie, ktoré nie je všeobecne známe, uveďte aj literatúru, kde sa nachádza jeho dôkaz. Uvedenie iba výsledku nie je postačujúce. Ak niektorá úloha nemá riešenie, treba ukázať, prečo ho nemá.

Riešenia každej série zasielajte do uvedeného termínu – rozhoduje pečiatka na obálke (nezabudnite na pekné známky). Ak pošlete riešenia po tomto termíne, strhneme vám za každý deň omeškania jeden bod (pod 0 bodov však klesnúť nemôžete). Svoje riešenia píšte v slovenskom jazyku. Riešenia zasielajte na adresu:

P-MAT, n. o.
Ing. Mgr. Martin Hriňák – **MATMIX**
P. O. BOX 2
814 99 Bratislava 1

V prípade, že nebudete spokojní s ohodnotením vášho riešenia, môžete nám poslať reklamáciu spolu s vaším riešením, odôvodnením a požadovaným počtom bodov. Vaše riešenie si ešte raz prezrieme a oznámime vám výsledok.

Veľa zážitkov a krásnych chvíľ pri riešení súťažných úloh vám praje redakcia časopisu MATMIX.

Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže

1. Dve dvojičky, Katarína a Martina, sa chceli vyfotografovať spolu s Dagmarou, Mariánom a Vladimírom. Nevedeli, ako sa majú všetci vedľa seba postaviť do jedného radu. Fotograf splnil podmienku dvojičiek, že chcú stáť vedľa seba, a tiež vedel, že Marián a Vladimír vedľa seba stáť nikdy nebudú. Určte, koľko snímok by musel urobiť fotograf, aby zachytil všetky možnosti, ako môžu deti vedľa seba stáť.

2. Miško s kamarátkou Miškou našli na povale starú drevenú truhlicu. V nej bol ukrytý poklad – červené, zelené, žlté a modré drahokamy. Červených a zelených drahokamov je spolu 156, zelených a žltých je dohromady 178, žltých a modrých je spolu 192. Pritom červených drahokamov je rovnako veľa ako modrých. Koľko drahokamov z každej farby bolo v truhlici?

3. Majme šachovnicu s rozmermi 10×10 políčok. Najprv do každého políčka vpíšeme čísla 1 až 100 po riadkoch, t. j. do prvého riadka zľava doprava 1, 2, 3, ..., 10, do druhého 11, 12, ..., 20, až do políčka vpravo dole vpíšeme 100. Potom napíšeme do týchto políčok čísla 1 až 100 aj po jednotlivých stĺpcoch, t. j. do prvého stĺpca zhora nadol 1, 2, 3, ..., 10, do druhého 11, 12, ..., 20, až do políčka vpravo dole vpíšeme 100. Koľko bude takých políčok, v ktorých sa súčet čísel do nich vpísaných rovná 101?

4. Nie je pravda, že ak Platón založil Akadémiu, tak v prípade, že Aristoteles bol jeho žiakom, neštudoval na Akadémii. Rozhodnite, či je možné na základe tejto pravdivej informácie odpovedať na otázky:
   a) Založil Platón Akadémiu?
   b) Bol Aristoteles Platónovým žiakom?
   c) Študoval Aristoteles na Akadémii?

5. Lichobežník je rozdelený jednou uhlopriečkou na dva trojuholníky, ktorých obsahy sú 10 cm^2 a 12 cm^2. Jeho dlhšia základňa má dĺžku 6 cm. Akú dĺžku má kratšia základňa tohto lichobežníka?

6. V zámku našli mŕtveho grófa. Podozriví boli štyria jeho sluhovia. Vyšetrovateľ od svedkov zistil, že každý z jeho sluhov bol v sledovanom čase v zámku práve raz. Pred výsluchom sa sluhovia dohodli, že budú hovoriť samé klamstvá. Každý z nich uviedol dve výpovede:
   1. sluha: „Nikto z nás štyroch nezabil grófa.“
   „Keď som odchádzal, gróf ešte žil.“
   2. sluha: „Ja som prišiel ako druhý.“
   „Keď som prišiel, gróf bol mŕtvy.“
   3. sluha: „Ja som prišiel ako tretí.“
   „Keď som prišiel, gróf žil.“
   4. sluha: „Vrah neprišiel po mne.“
   „Keď som prišiel, gróf bol už mŕtvy.“
   Zistite, ktorý zo sluhov zabil grófa, a v akom poradí u neho boli.

7. Med je zdravou a výživnou súčasťou potravy. Včelí plást je tvorený komôrkami, ktoré majú tvar pravidelného šesťbokého hranola so stranou 3 mm a výškou 12 mm. Koľko litrov medu je v celom pláste po jeho naplnení, ak plást tvorí približne 350 komôrok?

8. Majme postupnosť čísel, ktorej prvý člen sa rovná 2011. Druhý člen tejto postupnosti dostaneme ako podiel prvého člena a čísla o jeden od neho väčšieho. Tretí člen takisto dostaneme ako podiel hodnoty druhého člena a čísla o jeden od neho väčšieho. Postupne takto vytvoríme postupnosť čísel, z ktorých každé nasledujúce je podielom predchádzajúceho člena a čísla o jeden od neho väčšieho. Určte 2011. člen tejto postupnosti.

9. Dokážte, že číslo $2^{1092}-1$ je deliteľné číslom 1093^2.

10. Nájdite všetky prirodzené čísla m, n, ktoré sú riešeniami rovnice
$$2^m-3^n=7.$$

11. Zistite, či existuje množina 4 004 takých prirodzených čísel, že súčet čísel ľubovoľnej 2 003-prvkovej podmnožiny tejto množiny nie je deliteľný číslom 2 003.

12. Nech a, b, c sú kladné reálne čísla, ktorých súčin nie je väčší ako ich súčet. Dokážte, že potom platí nerovnosť
$$a^2+b^2+c^2\geq\sqrt{3}abc.$$

13. Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je definovaná predpisom
$$a_{n+1}=3a_n-a_{n-1},$$
pričom $a_1=20,\ a_2=30$. Nájdite všetky prirodzené čísla n, pre ktoré je číslo $5a_{n+1}a_n+1$ druhou mocninou celého čísla.

14. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla n platí nasledujúca nerovnosť:
$$\left(2n^2+3n+1\right)^n\geq 6^n\cdot(n!)^2$$

Riešenia úloh 1. série korešpondenčnej súťaže zasielajte
do 28. 11. 2011.

MAT MIX