

22. Porovnajete výhody a nevýhody použitia liateho akrylu a polykarbonátu pri výrobe priehľadného obalu ponorky. (6 bodov)
23. Uvedte základné charakteristické znaky lastovičky domovej. (7 bodov)
24. Podrobne opíšte úlohu karotenoidov v listoch stromov. (8 bodov)
25. V minulosti sa na našom území používali rôzne platidlá, ktorých používanie bolo náročnejšie ako v súčasnosti. Mohli ste sa stretnúť so zlatými, zlatkami, toliarmi, dukátmi, grošmi, denármi, grajciarmi a inými menami. Ako už názov hovorí, boli to zlaté, ale aj strieborné či medené mince. Obsah drahých kovov sa postupne v týchto minciach zmenšoval, čo znižovalo aj ich hodnotu. Aj preto sa častokrát na trhoch neplatilo len mincami, ale aj v naturáliách. Napríklad za osem lyžíc ste mohli vymeniť tri taniere. Ak ste však mali mince, mohli ste si za jeden zlatý kúpiť tri krčahy a desať lyžíc. Pri platbe za päť krčahov, päť tanierov a desať lyžíc ste z platby dvoma zlatými dostali výdavok desať grajciarov.
- a) Určte, koľko grajciarov stojí jedna lyžica, jeden tanier a jeden krčah, ak viete, že päť tanierov stojí o jedenásť grajciarov viac ako šesť lyžíc.
- b) Určte, koľko grajciarov dostanete za jeden zlatý. (9 bodov)
26. Peter s Jurajom si vymysleli novú hru s kolkami, pretože ich už nebavili klasické pravidlá. Postavili vedľa seba 15 kolkov a zo vzdialenosti 5 metrov ich zhadzovali pomocou kopania do futbalovej lopty. Vyhrá ten, kto zhodí posledný kolok, alebo ten, ktorého súper nezhodí ani jeden z kolkov, ktoré ešte stoja. Vzhľadom na vzdialenosti medzi kolkami je možné v jednom kole zhodiť maximálne dva kolky (ak práve dva, tak susedné). Keďže sú aj dobrí futbalisti, vždy trafia to, čo si zaumienia. Peter trafil v prvom kole druhý kolok zľava. Ako má ďalej postupovať Juraj, aby určite vyhral? (9 bodov)

**Termín odoslania riešení úloh 1. série: do 18. 11. 2014**

## MATMIX



MATMIX je časopis, ktorý vydáva Ing. Mgr. Martin Hriňák v spolupráci so spoločnosťou APROMOD, s. r. o. Časopis je zameraný na matematiku a je určený žiakom základných a stredných škôl a ich učiteľom matematiky. Tento rok vychádza jeho jubilejný 20. ročník. Obsahuje zaujímavé články z rôznych oblastí matematiky, jej histórie, zadania a výsledky rôznych matematických súťaží (napr. Matematickej olympiády a Medzinárodnej matematickej olympiády). V neposlednom rade je v ňom organizovaná korešpondenčná súťaž pre žiakov základných a stredných škôl, v ktorej môžu riešiť ľahšie i náročnejšie matematické úlohy. Jej zadania a vzorové riešenia budú zverejňované aj v časopise Mladý vedec. Výsledkové listiny budú zverejnené len v časopise MATMIX a na jeho webovej stránke [www.matmix.sk](http://www.matmix.sk).

Ak by ste si chceli časopis bližšie pozrieť, navštívte jeho webovú stránku, na ktorej nájdete staršie ročníky časopisu, zadania súťažných úloh a podobne. Počas školského roka 2014/2015 vyjdú tri čísla časopisu (letné dvojčíslo 3 – 4),

ročné predplatné časopisu je 4,05 € plus poštovné a balné. Časopis si môžete objednať zaslaním e-mailu na adresu [hrinak@matmix.sk](mailto:hrinak@matmix.sk). Stačí zaslať názov a adresu školy alebo odberateľa (časopis si môže objednať aj fyzická osoba), meno kontaktnej osoby a počet odoberaných kusov z aktuálneho ročníka. Časopis vám bude zaslaný hneď po úhrade vystavenej faktúry.

### Korešpondenčná súťaž

Redakcia časopisu MATMIX vyhlasuje korešpondenčnú súťaž pre žiakov základných a stredných škôl. Zapojiť sa do nej môžu všetci, ktorí majú záujem o matematiku a sú ochotní venovať niekoľko minút riešeniu úloh.

V školskom roku 2014/2015 bude mať korešpondenčná súťaž dve série. Zadania úloh budú uverejnené v prvom a druhom čísle, riešenia úloh a výsledkové listiny v druhom a treťom čísle. Výsledky korešpondenčnej súťaže budú priebežne zverejňované aj na webovej stránke [www.matmix.sk](http://www.matmix.sk).

Žiakom druhého stupňa základnej školy a žiakom 1. až 4. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória Z a sú pre nich určené úlohy č. 1 až 4. Prvákom stredných škôl a žiakom 5. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória C s úlohami 3 až 6. Druhákom stredných škôl a žiakom 6. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória B s úlohami 5 až 8. Tretiakom a štvrtiakom stredných škôl a žiakom 7. a 8. ročníka osemročných gymnázií je určená kategória A s úlohami 7 až 10. Žiakom, ktorí majú záujem o náročnejšie úlohy, je určená kategória  $\pi$ . Pre túto kategóriu sú v každej sérii určené úlohy 11 až 14. V prípade, že budete mať nejasnosti v zadaní alebo máte iné otázky súvisiace s korešpondenčnou súťažou, môžete ich adresovať na e-mailovú adresu [hrinak@matmix.sk](mailto:hrinak@matmix.sk).

Prihlášku do korešpondenčnej súťaže nám pošlite spolu s prvou sériou vašich riešení. Uveďte na nej svoje meno, priezvisko, školu, triedu a súťažnú kategóriu. Ak chcete dostávať svoje opravené riešenia s komentármi späť domov, napíšte nám to v prihláške a zašlite nám obálky s nalepenými známkami v hodnote 0,8 € (riešenia môžeme zasielať aj viacerým riešiteľom na jednu adresu).

Upozorňujeme vás, aby ste riešenia písali čitateľne na papieri formátu A4 (kancelársky papier) a na každé riešenie napísali hlavičku – svoje meno, školu a číslo úlohy. V prípade, že sa riešenie jednej úlohy nachádza na viacerých papieroch, zopnite ich. Na jednom papieri nemôžu byť napísané riešenia viacerých úloh. Hodnotiť budeme len také riešenia, ktoré budú spĺňať tieto kritériá. Do súťaže sa môžete zapojiť aj neskôr. Podmienkou zaradenia do súťaže je aj v takomto prípade zaslanie prihlášky spolu s riešeniami, ktoré vypracujete.

Riešenia súťažných úloh vypracujte sami! V prípade, že zistíme, že nejaká skupina navzájom odpisovala, každý jej člen dostane za danú úlohu 0 bodov, aj keby bolo riešenie správne. Plný počet bodov (5) patrí len úplnému riešeniu. Preto treba zdôvodniť všetky tvrdenia, ktoré v riešení použijete. V prípade, že použijete vetu alebo tvrdenie, ktoré nie je všeobecne známe, uveďte aj literatúru, kde sa nachádza jeho dôkaz. Uvedenie iba výsledku nie je postačujúce. Ak niektorá úloha nemá riešenie, treba ukázať, prečo ho nemá.

Riešenia každej série zasielajte do uvedeného termínu – rozhoduje pečiatka na obálke. Ak pošlete riešenia po tomto termíne, strhneme vám za každý deň omeškania jeden bod (pod 0 bodov však klesnúť nemôžete). Svoje riešenia píšete v slovenskom jazyku a zasielajte ich na adresu:

APROMOD, s. r. o.  
**MATMIX**  
 Bratislavská 716/2  
 900 46 Most pri Bratislave

V prípade, že nebudete spokojní s ohodnotením vášho riešenia, môžete nám poslať reklamáciu spolu so svojim riešením, odôvodnením a požadovaným počtom bodov. Vaše riešenie si ešte raz prezrieme a oznámime vám výsledok.

Veľa zážitkov a krásnych chvíľ pri riešení súťažných úloh vám praje redakcia časopisu MATMIX.

### Zadania 1. série úloh korešpondenčnej súťaže

1. Učiteľka hovorí žiakom v triede: „Keby som dala každému z vás 7 jabĺk, zostalo by mi 24 jabĺk. Ale keby som vám chcela dať po 9 jabĺk, chýbalo by mi 32 jabĺk.“ Koľko má učiteľka jabĺk a koľko žiakov v triede?
2. Súčet čísl dvojciferného čísla je 12. Keď číslicu na mieste desiatok násobíme dvoma, číslicu na mieste jednotiek troma a súčiny sčítame, dostaneme číslo 29. Aké bolo pôvodné číslo?
3. Klobúk, plášť a čižmy stoja dokopy 137 €. Určte, koľko stojí každý kus oblečenia, ak plášť je šesťkrát drahší ako klobúk a čižmy sú o 20 € drahšie ako plášť.

4. V minulosti sa na našom území používali rôzne platidlá, ktorých používanie bolo náročnejšie ako v súčasnosti. Mohli ste sa stretnúť so zlatými, zlatkami, toliarmi, dukátmi, grošmi, denármi, grajciarmi a inými menami. Ako už názov hovorí, boli to zlaté, ale aj strieborné či medené mince. Obsah drahých kovov sa postupne v týchto minciach zmenšoval, čo znižovalo aj ich hodnotu. Aj preto sa častokrát na trhoch neplatilo len mincami, ale aj v naturáliách. Napríklad za osem lyžíc ste mohli vymeniť tri tanierre. Ak ste však mali mince, mohli ste si za jeden zlatý kúpiť tri krčahy a desať lyžíc. Pri platbe za päť krčahov, päť tanierov a desať lyžíc ste z platby dvoma zlatými dostali výdavok desať grajciarov.

- a) Určte, koľko grajciarov stojí jedna lyžica, jeden tanier a jeden krčah, ak viete, že päť tanierov stojí o jedenásť grajciarov viac ako šesť lyžíc.
- b) Určte, koľko grajciarov dostanete za jeden zlatý.

5. Ukážte, že prirodzené číslo  $n$  možno vyjadriť ako súčet štyroch po sebe idúcich prirodzených čísel práve vtedy, keď  $n \geq 10$  a  $n$  dáva zvyšok 2 po delení štyrmi.

6. Dokážte, že pre ľubovoľné reálne čísla  $a, b$  platí nerovnosť:

$$a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3.$$

7. Dokážte, že z ľubovoľnej sedmice prirodzených čísel dokážeme vybrať dve také, ktorých súčet alebo rozdiel bude deliteľný desiatimi.

8. Predpokladajme, že každý bod roviny je ofarbený jednou z dvoch farieb. Dokážte, že potom pre jednu z týchto dvoch farieb platí, že pre každé kladné reálne číslo existuje dvojica bodov ofarbených touto farbou, ktorých vzdialenosť sa rovná tomuto číslu.

9. Dokážte, že číslo  $2^{1092} - 1$  je deliteľné číslom 1093<sup>2</sup>.

10. Nájdite všetky prirodzené čísla  $m, n$ , ktoré sú riešeniami rovnice  $2^m - 3^n = 7$ .

11. Zistite, či existuje množina 4 024 takých prirodzených čísel, že súčet čísel ľubovoľnej 2 013-prvkovej podmnožiny tejto množiny nie je deliteľný číslom 2 013.

12. Nech  $a, b, c$  sú kladné reálne čísla, ktorých súčin nie je väčší ako ich súčet. Dokážte, že potom platí nerovnosť

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \sqrt{3}abc.$$

13. Postupnosť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  je definovaná predpisom

$$a_{n+1} = 3a_n - a_{n-1}$$

pričom  $a_1 = 20$ ,  $a_2 = 30$ . Nájdite všetky prirodzené čísla  $n$ , pre ktoré je číslo  $5a_{n+1}a_n + 1$  druhou mocninou celého čísla.

14. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla  $n$  platí nasledujúca nerovnosť:

$$(2n^2 + 3n + 1)^n \geq 6^n \cdot (n!)^2$$

**Termín odoslania riešení úloh 1. série: do 18. 11. 2014**